1

شعبـــــــــة :

العلــوم التجريبيــة

<u>مادة الريــاضيــات</u>

بكالوريا

2010

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: جوان 2010

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$.

1) اكتب على الشكل الأسي: z_A و z_B.

2) ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=2iz+6+3i$$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S.

ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S.

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;2)\}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D.

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى (Δ).

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$. عين حينئذ المجموعة (Δ).

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(1;1;0)$، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$.

1) أ) بين أن النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P):\ x+2y-3z+1=0 \quad \text{و} \quad (Q):\ 2x+y-z-1=0$$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}}f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:

$f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم (C) و (C_f).

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}}g(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

تحقق أن $2<\alpha<3$.

ب) ارسم (C_g) منحنى الدالة g على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

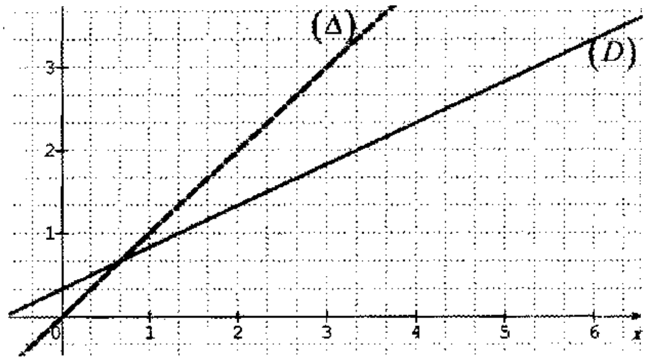
5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$.

الموضوع الثاني



التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثّلنا المستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$.

أ - انقل الشكل ثمّ مثّل على محور الفواصل الحدود التالية: u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 ؛ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب - عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D).

جـ - أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n، واستنتج عبارة u_n بدلالة n.

جـ - احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ واستنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثمّ اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{u}, \vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ - بيّن أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران R الذي مركزه O ويحول النقطة A إلى النقطة B.

جـ - بيّن أنّ النقط A ، O و C في استقامية وكذلك النقط B ، O و D.

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته: $x-2y+z+3=0$.

1) نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $\left(O;\vec{i}\right)$ يعرف بالجملة $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

- عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $\left(O;\vec{i}\right)$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B(0\,;\,0\,;\,-3)$ و $C(-1\,;\,-4\,;\,2)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول AB.

جـ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي $(\mathcal{P})$.

3) أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ - احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـــ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب: $y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\beta<-1{,}3$

ب) هل توجد مماسات لـــ (C_f) توازي المستقيم (Δ)؟

جـ) ارسم (Δ)، (Δ') ثم المنحنى (C_f).

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)\,e^{-x}=m$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات (خاص بالمكفوفين) — المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A و B اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$.

1) اكتب على الشكل الأسي: z_A و z_B.

2) ليكن S التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=2iz+6+3i$$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S.

ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة A بالتشابه المباشر S.

جـ) استنتج طبيعة المثلث ABC.

3) لتكن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;2)\}$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D.

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن B وعن D لاحقتها z ولتكن (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى (Δ).

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$. عين حينئذ المجموعة (Δ).

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1;1;0)$، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$.

1) أ) بين أن النقط A، B و C ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P):\ x+2y-3z+1=0 \quad \text{و} \quad (Q):\ 2x+y-z-1=0$$

والمستقيم (D) الذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).

3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}}f(x)$.

2) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I.

3) عيّن فاصلة النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة $y=x$، ثم اكتب معادلة له.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل x من I يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: a، b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C) منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$

(لا يطلب رسم (C) و (C_f) .)

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال I بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}\frac{1}{2}}g(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g على I، ثم حدّد القيمة الحدّية لها.

3) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا α.

تحقق أن $2<\alpha<3$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I ثم حدّد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (d).

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]1;\alpha[$، $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

III) نسمي (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$.

1) أ - احسب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4.

ب - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس، عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) اللذين معادلتيهما على الترتيب $y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n، واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

جـ - احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ واستنتج المجموع S'_n حيث:

$S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثمّ اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{u}, \vec{v})$، نعتبر النقط A، B، C و D لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ - بيّن أنّ النقط A، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران R الذي مركزه O ويحوّل النقطة A إلى النقطة B.

جـ - بيّن أنّ النقط A ، O و C في استقامية وكذلك النقط B ، O و D.

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته :

$x - 2y + z + 3 = 0$.

1) نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $(O; \vec{i})$ يعرف بالجملة $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

- عيّن إحداثيات A نقطة تقاطع حامل $(O; \vec{i})$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

2) B و C النقطتان من الفضاء حيث: $B(0\,;\,0\,;\,-3)$ و $C(-1\,;\,-4\,;\,2)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة B تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول AB.

جـ - احسب المسافة بين النقطة C و المستوي $(\mathcal{P})$.

3) أ ـــ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المارّ بالنقطة C والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب ـــ تحقّق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ).

جـ ـــ احسب مساحة المثلث ABC.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها.

3) أ) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتيهما على الترتيب $y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ').

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\beta<-1{,}3$

ب) هل توجد مماسات لـــ (C_f) توازي (Δ)؟

6) أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $\dfrac{e^{-x}}{1-e^{-x}}=\dfrac{1}{e^x-1}$.

ب) ناقش جبريا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

محاور الموضوع	عناصر الاجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الأعداد المركبة	**التمرين الأول:** (5 نقاط)		05
	1. كتابة z_A و z_B على الشكل الأسي: $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=3e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,5×2	
	2. أ) المركز B، النسبة 2، الزاوية $\frac{\pi}{2}$	0,25×3	
	ب) $z_C=4+5i$	0,5	
	ج) ABC مثلث قائم في B	0,5	
	3. أ) $z_D=5+3i$	0,5	
	ب) $ABCD$ مستطيل لأن: $z_{\overline{AB}}=z_{\overline{DC}}$ ، $\hat{B}=90°$	0,5	
	4. أ) $\frac{z_B-z_E}{z_D-z_E}=6$	0,25	
	ب) $\arg\left(\frac{z_B-z}{z_D-z}\right)=\left(\overline{MD},\overline{MB}\right)$ ، $\left(\overline{MD},\overline{MB}\right)=0+2k\pi$	0,5	
	$(\Delta)=(BD)-[BD]$	0,5	
الهندسة الفضائية	**التمرين الثاني:** (5 نقاط)		05
	1. أ) النقط A، B و C ليست في استقامية لأن $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا.	1	
	ب) $(ABC):x+y-z-2=0$	1	
	2. أ) تمثيل وسيطي للمستقيم $(D):\begin{cases}x=-t\\y=5t+4\\z=3t+3\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$	1	
	ب) التحقق أن $(D)\subset(P)$ و $(D)\subset(P)$ أو حل الجملة. (الانتقال من جملة معادلتين إلى التمثيل الوسيطي)	1	
	3. $(P)\cap(Q)\cap(ABC)=\{E(-1;9;6)\}$	1	

محاور الموضوع	عناصر الاجابة (تابع الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الثالث: (10 نقاط)		
المتتاليات + الدوال اللوغاريتمية	I. 1. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} f(x) = -\infty$	0,5	10
	2. $f'(x) = \frac{2}{2x-1} > 0$ ومنه f متزايدة تماما على I	0,75	
	جدول التغيرات	0,25	
	3. $f'(x) = 1$ تكافىء $x = \frac{3}{2}$	0,5	
	سلم خاص بالمكفوفين: معادلة المماس 0,75		
	4. أ) $f(x) = \ln(x - \frac{1}{2}) + 1 + \ln 2$	0,5	
	ب) (C_f) ينتج من (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(\frac{1}{2};\ 1+\ln 2)$		
	أو في المعلم $(\omega; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\omega(\frac{1}{2}; 1+\ln 2)$ (C_f) هو منحنى الدالة $\ln$	0,5	
	رسم (C) و (C_f) .		
	سلم خاص بالمكفوفين: تعطى 0,5 لشرح كيفية رسم (C_f) فقط (لا يطلب الرسم)		
	II. 1. $\lim_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} g(x) = -\infty$ $\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$	0,5+0,25	
	2. اتجاه تغير g : $g'(x) = \frac{3-2x}{2x-1}$ وإشارته: $\frac{1}{2}$ ‖ + $\frac{3}{2}$ 0 −	2×0,5	
	g متزايدة تماما على $\left]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$	0,25	
	− جدول التغيرات	0,5	
	سلم خاص بالمكفوفين: القيمة الحدية $g(\frac{3}{2}) = \ln 2 - \frac{1}{2}$ 0,5		
	3. أ) $g(1) = 0$	0,25	
	$g(\alpha) = 0$ و $2 < \alpha < 3$	1	
	ب) رسم (C_g).	0,5	
	4. إشارة $g(x)$	0,5	
	− وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (d)	0,5	
	5. من أجل كل x من $]1;\alpha[$ ، $f(x) \in]1;\alpha[$	0,5	
	III. 1. $u_n = 1 + \ln(1 + \frac{1}{n})$	0,25	
	$n = 8$	0,5	
	2. $S_n = n + \ln(n+1)$	0,5	

محاور	عناصر الاجابة	العلامة	
الموضوع	الموضوع الثاني	مجزأة	المجموع
المتتاليات العددية	**التمرين الأول: (05 نقاط)**		05
	1. أ - تمثيل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4	1	
	ب - (Δ) و (D) يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيتين $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$	0,25	
	جـ - التخمين: يبدو أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.	0,25	
	سلم خاص بالمكفوفين: 1. أ - حساب u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 .... 1 ب - إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) : $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ 0,5		
	2. أ - استعمال الاستدلال بالتراجع لإثبات $u_n > \frac{2}{3}$	0,75	
	ب - $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}\left(u_n - \frac{2}{3}\right)$ ؛ $u_{n+1} - u_n < 0$ وبالتالي (u_n) متناقصة تماما	0,5	
	3. أ - $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ إذن (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدّها الأول $v_0 = \frac{16}{3}$	0,75	
	ب - كتابة بدلالة n عبارة الحد العام v_n: $v_n = \frac{16}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$	0,5	
	- $u_n = \frac{16}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2}{3}$	0,25	
	جـ - $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n = \frac{32}{3}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$	0,5	
	$S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = n+1+\frac{32}{3}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$	0,25	
الأعداد المركبة	**التمرين الثاني: (04 نقاط)**		04
	1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $\Delta' = -9 = (3i)^2$ ؛ $z' = 3+3i$ و $z'' = 3-3i$	0,75	
	- الشكل الأسّي للحلين: $z' = 3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ؛ $z'' = \overline{z'} = 3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	0,5	
	2. أ - $\lvert z_A\rvert = \lvert z_B\rvert = \lvert z_C\rvert = \lvert z_D\rvert = 3\sqrt{2}$ أي $OA = OB = OC = OD = 3\sqrt{2}$	1	
	ب - تعيين زاوية للدوران R: $\frac{z_B}{z_A} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ مع $(k \in \mathbb{Z})$	0,5	
	جـ - $\frac{z_C}{z_A} = -1$ ، $\frac{z_D}{z_B} = -1$ هما عددان حقيقيان إذن A ، O ، C و النقط B ، O ، D في استقامية. أو $z_A + z_C = 0$ ، $z_B + z_D = 0$ ومنه O منتصف كل من $[AC]$ ، $[BD]$	0,5	
	د - $ABCD$ مربع (القطران متناصفان، متعامدان ومتقايسان)	0,75	

محاور الموضوع	عناصر الاجابة	مجزأة	المجموع
	تابع للموضوع الثاني		
الهندسة الفضائية	**التمرين الثالث: (04 نقاط)**		04
	1. $A(-3;0;0)$	0,5	
	2. أ - لدينا $0-2\times0+(-3)+3=0$ معناه $B\in(\mathcal{P})$	0,25	
	ب - حساب الطول AB : لدينا $\overrightarrow{AB}(3;0;-3)$ ومنه $AB=\sqrt{9+0+9}=3\sqrt{2}$	0,5	
	جـ - $\partial(C;(\mathcal{P}))=\frac{\lvert -1+8+2+3\rvert}{\sqrt{1+4+1}}=\frac{12}{\sqrt{6}}=2\sqrt{6}$	0,75	
	3. أ - $\vec{u}(1;-2;1)$ هو شعاع توجيهي لـ (Δ) وبالتالي $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4-2t\\z=2+t\end{cases}$; $t\in\mathbb{R}$	0,75	
	ب - تحقق أنّ النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ): $t=-2$ إذن $A\in(\Delta)$	0,5	
	جـ - حساب مساحة المثلث ABC : $\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=6\sqrt{3}\ ua$	0,75	
	التمرين الرابع: (07 نقاط)		07
	1.أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0,5	
	ب) $\lim_{x\xrightarrow{<}0}f(x)=+\infty$ $\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=-\infty$	0,5	
	$x=0$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)	0,25	
	2. المشتقة + الإشارة	0,25+0,5	
	– جدول التغيرات + اتجاه التغير **سلم خاص بالمكفوفين:** اتجاه التغير 0,5	2×0,25	
	3. مستقيمان مقاربا $(\Delta):y=x$ $(\Delta'):y=x+1$	2×0,25	
	تحديد الوضعية	2×0,5	
	4. $\omega(0;\ 0,5)$ مركز تناظر	0,25	
	5.أ) إثبات وجود وحصر كل من α ، β (تطبيق نظرية القيم المتوسطة)	2×0,5	
	ب) $f'(x)=1$ معادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}^*$ ومنه لا توجد مماسات .	0,5	
	جـ) رسم (Δ) ، (Δ') ، (C_f)	0,75	
	د) $(m-1)e^{-x}=m$ تكافئ $f(x)=x+m$	0,25	
	المناقشة حسب قيم m.	0,25	
	سلم خاص بالمكفوفين: 6. أ) التحقق من المساواة. .... 0,5 ب) المناقشة حسب قيم m 0,75		

19